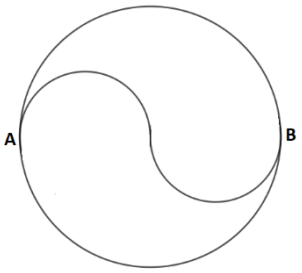
	OLIMPÍADA ITABIRANA DE MATEMÁTICA - 2018		
	PROVA NÍVEL 3	**ANO:**	**TURMA:**
	NOME:		

1) Números gêmeos são pares de números primos cuja diferença é 2. Supõe-se que o número de primos gêmeos seja infinito, mas isso ainda não foi provado. Os primeiros números pares de primos gêmeos são (3 e 5, 5 e 7, 11 e 13, ...). Dente os pares de números a seguir, qual das opções não apresenta um par de números gêmeos?
   a) 41 e 43
   b) 101 e 103
   c) 107 e 109
   d) 139 e 141
   e) 197 e 199

2) Uma praça, com a forma de um círculo de raio 4 metros, tem uma pista em volta dela e outra em seu interior, que possui a forma de duas semicircunferências de raio 2 metros. Paula está andando de bicicleta e parte do ponto A, passando pela pista interior à praça até o ponto B, seguindo de volta ao ponto A passando pela pista em volta da praça. Sabendo que os pontos A e B são diametralmente opostos, qual a distância total percorrida por Paula, em metros?

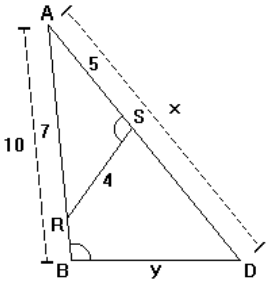


   a) 2π
   b) 4π
   c) 6π
   d) 8π
   e) 10π

3) Uma determinada loja vendia seu produto por X reais. Sabendo que 60% desse valor corresponde ao custo, 10% ao lucro e 30% aos impostos. Com a grande instabilidade do mercado, a alta da inflação e as medidas econômicas adotadas pelo governo para evitar uma possível crise, em um certo mês houve um aumento de 10% no custo desse produto, uma redução de 20% no valor dos impostos. Sabendo que o dono da loja nesse mês também aumentou pela metade a porcentagem de seu lucro, qual é a porcentagem de aumento final do produto para o consumidor?
   a) 1%
   b) 5%
   c) 10%
   d) 15%
   e) 50%

4) Em uma biblioteca muito grande existem 5000 estantes, numeradas de 1 a 5000, cada estante possui 12 andares, cada andar abriga 26 livros, identificados com as letras do alfabeto. Certo dia houve um incêndio e destruiu todos livros entre o livro L do 5° andar da estante 10 até o livro U do 10° andar estante 1995. Quantos livros foram queimados no total?
   a) 622383 livros
   b) 619460 livros
   c) 626294 livros
   d) 616247 livros
   e) 626247 livros

5) Heron de Alexandria é o responsável por elaborar uma fórmula matemática que calcula a área de um triângulo em função das medidas dos seus três lados. A fórmula de Heron é muito útil nos casos em que não sabemos a altura do triângulo, mas temos a medida dos lados. Em um triângulo de lados medindo a, b, c e p o semiperímetro do triângulo, podemos calcular a sua área utilizando a fórmula de Heron: $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. Na figura, sabe-se que AR = 7cm, AS = 5 cm, SR = 4 cm e AB = 10 cm. Calcule a área do quadrilátero SRBD.



   a) $10\sqrt{10}\,cm^2$
   b) $12\sqrt{10}\,cm^2$
   c) $10\sqrt{6}\,cm^2$
   d) $12\sqrt{6}$ cm²
   e) $6\sqrt{6}\,cm^2$

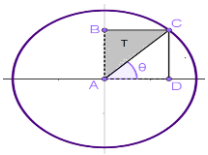
6) Para efetuar cadastro em uma rede social, Marta precisa escolher uma senha com 5 caracteres que atenda às seguintes características: uma letra maiúscula, dentre as 26 letras no alfabeto, seguida de um caractere especial, tendo como opções @, #, $, % e &, seguido de três algarismos distintos, não podendo ser todos pares, nem todos ímpares. De quantas maneiras diferentes Marta pode escolher a senha?
   a) 85800
   b) 78000
   c) 73840
   d) 68640
   e) 58240

7) Dado um triângulo ABC de área 1m², construímos um outro triângulo unindo os pontos médios de seus lados. Repetindo o processo nesse segundo triângulo, obtemos um terceiro triângulo. Prosseguindo-se esse modo, qual é a área do 30º triângulo obtido?
   a) $\frac{1}{4^{29}}$ m²
   b) $\frac{1}{4^{30}}$ m²
   c) $\frac{1}{3^{30}}$ m²
   d) $\frac{1}{2^{29}}$ m²
   e) $\frac{1}{2^{30}}$ m²

8) Um comerciante comprou 1000 perfumes importados pagando R$ 250,00 por cada um para revender. Certo dia, em uma cidade, conseguiu vender para o comércio local 400 perfumes com lucro de 25%. Sabendo que o comerciante pretendia obter um lucro final de 40% sobre o preço de compra, por qual o preço deverá vender cada perfume restante?

a) R$ 370,00
b) R$ 375,00
c) R$ 300,00
d) R$ 390,00
e) R$ 345,00

9) No círculo trigonométrico abaixo é possível observar a região T, limitada pelos vértices do triângulo retângulo ABC. Se o sólido S é obtido pela revolução da região T em tono do eixo das abcissas, então é correto afirmar que a fórmula que fornece o volume desse solido em função do angulo θ, é:



a) $V = \frac{2}{3}\pi(\cos\theta - \cos^3\theta)$
b) $V = \frac{1}{3}\pi(\cos\theta - \cos^3\theta)$
c) $V = \frac{2}{3}\pi(\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}^3\theta)$
d) $V = \frac{1}{3}\pi(\operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}^3\theta)$
e) $V = \frac{2}{3}\pi(\operatorname{sen}\theta - \cos^3\theta)$

10) Na sucessão de 9 linhas com números apresentadas abaixo, cada sequência de dígitos em uma linha é obtida a partir da linha anterior, por meio de uma determinada regra.

1ª linha	1	7ª linha	312213
2ª linha	11	8ª linha	212223
3ª linha	21	9ª linha	114213
4ª linha	1112	⋮	
5ª linha	3112	15ª linha	XXXXXXXX
6ª linha	211213		

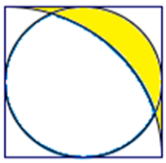
Seguindo a lógica dessa regra, pode-se concluir que a soma de todos algarismos da 15ª linha é:

a) 13
b) 18
c) 23
d) 38
e) 43

11) Uma certa sociedade em um planeta distante, utiliza uma unidade de área equivalente a área de círculo com raio de 1 cm. A essa unidade eles davam o nome de circular. Adotando essa unidade, é correto afirmar que a área de um triângulo retângulo e isósceles com hipotenusa igual a 2 cm, mede:

a) 1/π circular
b) 1/2π circular
c) 1 circular
d) π circulares
e) 2/π circular

12) Calcule a área da região hachurada na figura a seguir, sabendo que o quadrado tem lado unitário. (Use π = 3,14)



a) 0,14625
b) 0,12575
c) 0,16125
d) 0,15875
e) 0,11925

13) Uma empresa de transporte de líquidos trabalha com caminhão pipas com tanque de formato cilíndrico com 4 metros de diâmetro e 12 metros de comprimento, conforme a figura 01. O motorista iniciou uma determinada viagem com o tanque completamente cheio, mas não seguiu todas as recomendações e cuidados necessários provocando um vazamento durante o percurso. A figura 02 mostra a secção transversal do tanque, ao final da viagem. Sabendo que o ponto A na figura 02 é o centro da circunferência e que o ângulo BÂC mede 120°, determine o volume do líquido perdido.

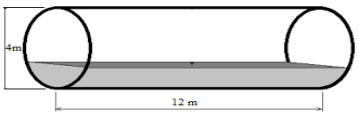


Figura 01

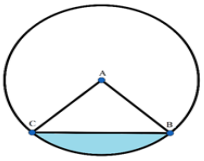


Figura 02

a) $16\pi + 8\sqrt{3}$ m³
b) $18\pi + 4\sqrt{3}$ m³
c) $8\pi + 8\sqrt{3}$ m³
d) $32\pi + 12\sqrt{3}$ m³
e) $48\pi + 8\sqrt{3}$m³

14) Após passar por um período de ampliação e reformulação, o Shopping Vale do Aço, localizado na cidade de Ipatinga, conta hoje com uma área total de 70 mil m². Uma nova logomarca foi apresentada, e tem a forma de um polígono não-convexo com $192\sqrt{3}$ cm² de área, formada pela união de 7 hexágonos regulares idênticos e de 6 triângulos equiláteros também idênticos, ambos de lado iguais, com medida ''a''. A partir desses dados, calcule o valor de ''a''.

a) 2
b) 4
c) 8
d) 16
e) 32

15) Efetuando-se a operação $7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \cdots + 7^{2018}$, obtém-se um número cujo algarismo das unidades é:

a) 7
b) 9
c) 3
d) 6
e) 1