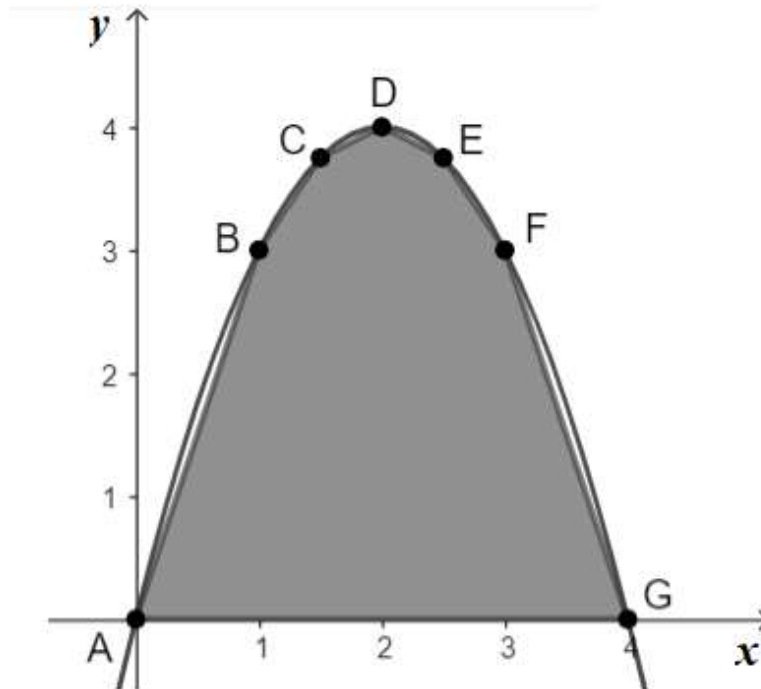


PROVA OIM 2024
Nível 3 – Elas em Destaque

Questão 1

Uma forma de calcular o valor aproximado para a área de uma região qualquer é dividi-la em regiões menores, no formato de alguma forma geométrica cujo cálculo da área seja conhecido. Deseja-se determinar a área entre uma parábola com concavidade para baixo e o eixo das abscissas. A parábola passa pelos pontos A, B, C, D, E, F e G, cujas abscissas são 0, 1, $\frac{3}{2}$, 2, $\frac{5}{2}$, 3 e 4, respectivamente, e possui ordenada do vértice igual a 4.



- a) Represente uma forma de dividir a região para ser possível calcular a área destacada na figura, definida a partir dos sete pontos dados.
- b) Determine o valor aproximado da área entre a parábola e o eixo das abscissas, cuja região está destacada.

Questão 2

A banca de concurso OIM elaborou uma prova para o cargo de Professor de Matemática. No certame, consta uma questão sobre a história da Matemática que tem o intuito de enfatizar as descobertas das mulheres nessa ciência. Na questão, os candidatos terão que julgar se cada afirmativa é verdadeira ou falsa. Suponha que sejam 10 afirmativas ao todo e que nenhuma questão possa ser deixada sem resposta. Julia é uma candidata que pretende marcar verdadeiro em quatro assertivas. Determine:

a) Dois modos de Júlia dar sua resposta.

b) De quantas maneiras diferentes Júlia pode responder à questão?

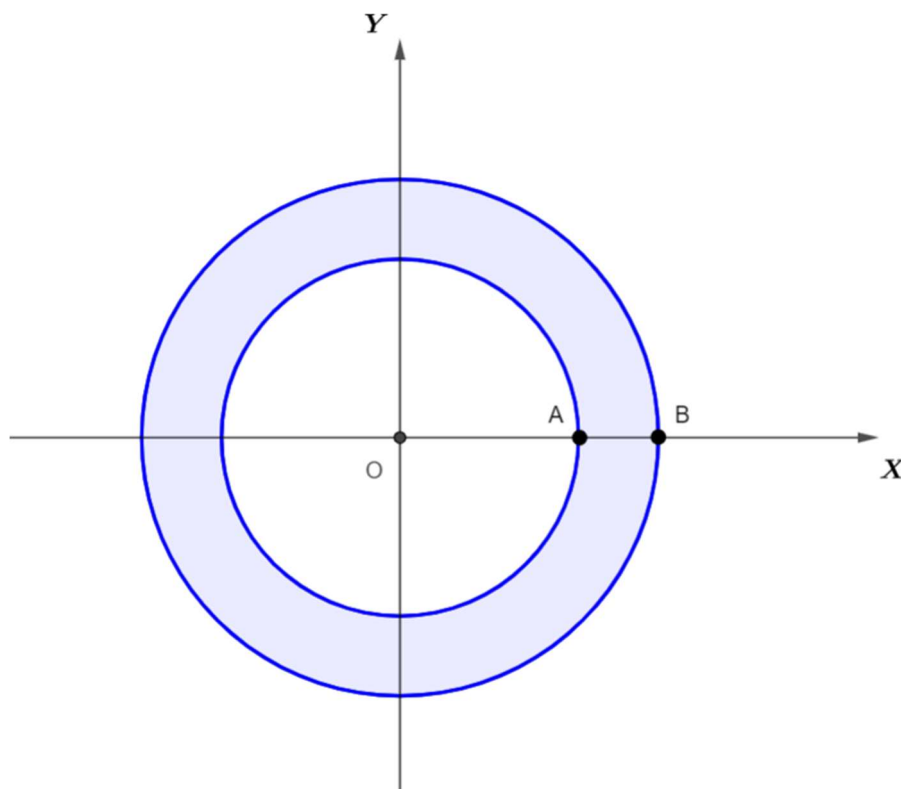
c) Qual é o número mínimo de mulheres, incluindo Júlia, que devem participar do concurso para ser possível garantir que, ao menos n mulheres darão respostas idênticas em uma das respostas possíveis de Júlia na questão? (Suponha que, na questão, todas as candidatas mulheres marquem verdadeiro em 4 assertivas).

Questão 3

O espelho de Vênus (♀) e o escudo de Marte (♂) são símbolos criados pela alquimia que se referem aos deuses da Roma antiga. Na mitologia romana, Vênus era a deusa do amor, associada com harmonia, beleza e empatia, enquanto Marte era o deus da guerra, associado com agressão, força e impulsividade. Por muito tempo, esses símbolos permaneceram esquecidos até que, no século 18, o sueco Carolus Linnaeus (criador da classificação científica) passou a se referir às plantas de linhagem feminina com (♀) e às de linhagem masculina com (♂).

Disponível em em: <https://super.abril.com.br/mundo-estranho/qual-a-origem-dos-simbolos-de-masculino-e-feminino>

Jo Boaler, estudante de Biologia, pretende construir o símbolo (♀) que faz referência às plantas do sexo feminino. Para isso, iniciou a construção de uma coroa circular a partir de duas circunferências concêntricas, conforme a figura.



Na figura, $\overline{AB} = \frac{5}{10}$ e $\overline{OA} + \overline{OB} = \frac{1+2\sqrt{5}}{2}$. Determine:

a) A área da coroa circular.

b) O lugar geométrico dos pontos do plano XY que compõem a coroa circular.