



PROVA OIM 2024
Nível 3 – 2ª Fase

Questão 1

Nos Jogos Olímpicos de Paris 2024, as provas de várias modalidades do atletismo acontecem no *Stade de France*, numa pista oval de 400m de extensão, composta por duas retas paralelas e duas curvas semicirculares de mesmo raio, sendo 200 metros de reta e 200 metros de curva. Uma pista oficial é constituída por no mínimo oito raias, numeradas de dentro para fora, de modo que a raia mais interna é a número “1”, e a extensão da pista é definida por esta raia. Em todas as corridas até e inclusive 400m, cada competidor realiza a prova em uma raia previamente definida, que possui largura de 1,25m e são divididas por linhas de 5 cm de largura.

- a) Determine o raio da curva que compõe a pista, supondo que a extensão seja medida pela raia um, após a linha interna de marcação dessa raia. Considere $\pi = 3,14$.
- b) Como a linha de chegada para todas as competições de pista é única, para as provas que possuem um trecho de corrida na curva, é necessário o escalonamento das linhas de partida para compensar as diferenças de extensão das respectivas curvas. Em uma corrida de 400m, determine quantos metros à frente da largada da raia 1 deve estar a largada da raia 8, supondo que a largada ocorra em uma parte reta da pista.

Questão 2

Um trabalhador de uma região industrial tem 80% de probabilidade de faltar à academia quando é requisitado para fazer hora extra em seu trabalho; caso não seja requisitado, essa probabilidade de falta é 35%. Em dia de balanço de estoque, os funcionários da empresa em que ele trabalha têm 60% de chance de precisarem fazer hora extra. Qual é a probabilidade desse trabalhador não ir à academia em um dia de balanço de estoque?

Questão 3

Hipátia construiu uma máquina de calcular especial, que converte um número natural em seu triplo adicionado em cinco unidades. Abaixo temos a modificação do número 2, após ele ser convertido duas vezes pela máquina.



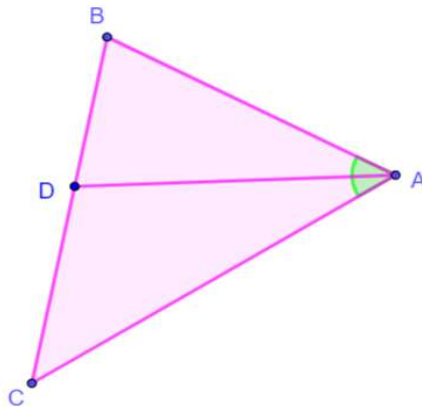
- a) Um número $N < 10$ foi convertido pela máquina x vezes, até ser modificado para 146. Determine os valores de N e x .

b) Se N deixa resto 2 na divisão por 9, mostre que, após ser convertido uma vez pela máquina, o resultado obtido também deixará o resto 2 na divisão por 9.

c) Mostre que, se um número for convertido pela máquina mais de duas vezes, o valor encontrado sempre deixará o resto 2 na divisão por 9.

Questão 4

No triângulo ABC da figura, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ e \overline{AD} é bissetriz do ângulo $B\hat{A}C$. Se o ângulo $B\hat{A}C = 60^\circ$, determine:



a) A área do triângulo ABC ;

b) A razão entre as áreas dos triângulos ABD e ACD ;

c) A área do triângulo ACD .

Questão 5

Carlos Drummond de Andrade nasceu em Itabira, localizada no interior de Minas Gerais, em 31 de outubro de 1902. Encontrou na sutileza e tranquilidade de seu dia-a-dia a matéria-prima poética que mais tarde iria consagrá-lo como um dos poetas mais influentes do século XX. O autor escreveu incontáveis contos e crônicas e foi um dos precursores do movimento Modernista no Brasil. As obras de Drummond podem ser classificadas em poesia e prosa, a seguir são apresentadas algumas delas:

- Alguma Poesia (Poesia)
- Brejo das Almas (Poesia)
- A Rosa do Povo (Poesia)
- Contos de Aprendiz (Prosa)
- Sentimento do Mundo (Poesia)
- Fala, amendoeira (Prosa)
- Poesias (Poesia)
- Passeios na Ilha (Prosa)

- A Bolsa & a Vida (Prosa)

(Adaptado de: <https://blog.estantevirtual.com.br/2022/02/21/10-obras-essenciais-de-carlos-drummond-de-andrade/>)

Suponha que, dentre as obras de Carlos Drummond de Andrade citadas no texto, uma pessoa deseje escolher 3 de poesia e 3 de prosa, de modo que as obras *Alguma Poesia* e *Passeios na Ilha* não sejam escolhidas simultaneamente. De quantas maneiras a escolha das obras pode ser feita?