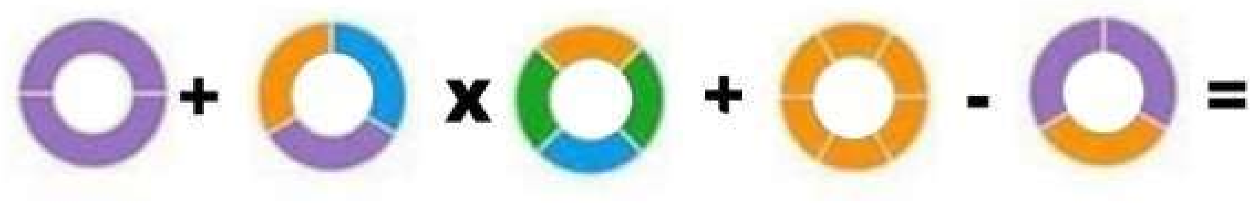
OLIMPÍADA ITABIRANA DE MATEMÁTICA - 2020		
PROVA NÍVEL 3	**ANO:**	**TURMA:**
NOME:		

Questão 1) Em determinado exame, Ryan obteve menos pontos que Daniela, André menos pontos que Ryan e Luiz mais pontos que Carol. Se Carol conseguiu mais pontos que Daniela, quem obteve a pontuaçãomais alta?

a) Ryan b) Daniela c) André d) Luiz e) Carol

Questão 2) Observe a sequência lógica a seguir:

Segundo os padrões lógicos da sequência acima, podemos concluir que



a) 6315 b) 30866 c) 3969 d) 300187 e) 6514

Questão 3) Atualmente, 40% das cobras de uma floresta tem listras vermelhas e 60% tem listras pretas. Sabe-se que a população da espécie com listas vermelhas aumenta 80% ao ano. Se a população de cobras da espécie com listas pretas crescer 40% ao ano, qual será a porcentagem de cobras com listas vermelhas daqui a três anos, aproximadamente?

a) 41% b) 46% c) 60% d) 63% e) 59%

Questão 4) Seis cozinheiras conseguem preparar as refeições para seis pessoas em seis minutos. Quantas cozinheiras são necessárias para preparar as refeições para 80 pessoas em 48 minutos?

a) 10 cozinheiras
b) 14 cozinheiras
c) 8 cozinheiras
d) 12 cozinheiras
e) 15 cozinheiras

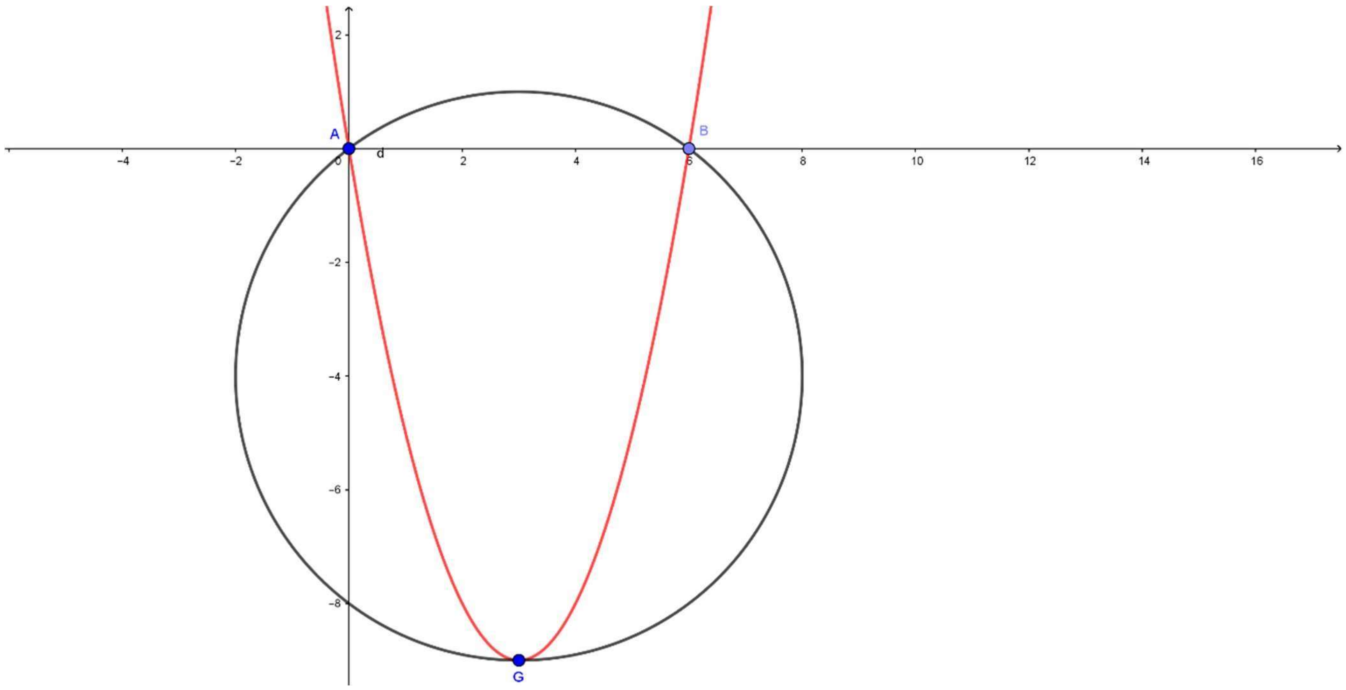
Questão 5) Thamires trabalha com produção e venda bolos. Certo dia, ao fazer uma de suas receitas, encheu totalmente um recipiente com farinha de trigo. Ao colocá-lo na balança, obteve o valor de 325g, mas percebeu que havia cometido um erro: não seria possível saber qual a massa exata de trigo, pois não sabia qual era a massa do recipiente. Ela então resolveu retirar metade da massa de trigo do recipiente e pesou novamente, obtendo o valor de 180g. A partir dessas informações, ela fez alguns cálculos e conseguiu concluir que a massa do recipiente era:

a) 20g b) 25g c) 40g d) 35g e) 45g

Questão 6) Em um reservatório cilíndrico de raio 10 m, a altura de água varia em função do tempo (em horas) de acordo com a equação $h(t) = mt^2 + nt + p$, em que os coeficientes m, n e p formam nessa ordem uma progressão aritmética. Sabendo-se que no instante 2h a altura do líquido é 5 metros, e que em 3h a altura é 2 metros, qual é o volume máximo de água que esse reservatório recebe de água?

a) 100π m³ b) 400π m³ c) 500π m³ d) 600π m³ e) 700π m³

Questão 7) Uma circunferência intersecta as raízes e o vértice da parábola $y = x^2 - 6x$, conforme a figura abaixo. Pode-se afirmar que a área do círculo é igual a:



a) 12π

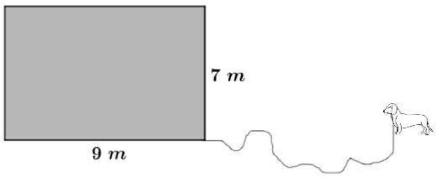
b) 16π

c) 25π

d) 36π

e) 49π

Questão 8) Um cachorro foi amarrado em um poste no canto de uma casa retangular, conforme a figura abaixo. Essa casa tem dimensões de 9m de comprimento por 7m de largura. Considerando que a corda tem 10m de comprimento qual a área total da região que o animal terá acesso?



a) $77{,}5\pi$.

b) $76{,}2\pi$.

c) 80π.

d) $85{,}5\pi$.

e) 90π

Questão 9) O casal Carol e Rafael, do interior de Minas Gerais, são descendentes de uma família que tem a tradição de registrar seus filhos com nomes compostos. Eles listaram k diferentes nomes simples como sugestão para dar ao filho recém-nascido, com a intenção de combiná-los para escolher o nome do bebê. A expressão matemática que melhor modela a quantidade de maneiras diferentes que a escolha pode ser feita, de modo que o nome composto seja formado por no máximo três nomes simples é:

a) $k^4 - 2k^3 + k$

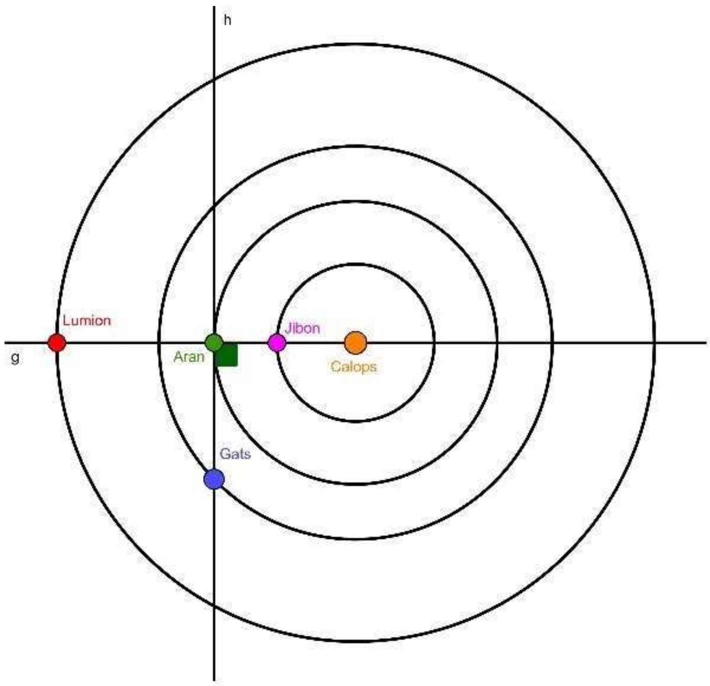
b) $k^4 - 2k^3 + 2k$

c) $k^3 - 3k^2 + 3k$

d) $k^3 - 2k^2 + k$

e) $k^3 + 2k^2 - 2k$

Questão 10) Em uma galáxia muito distante existem quatro planetas orbitando em rota circular à estrela Calops. O mais próximo dessa estrela é Jibon, que está a 60 milhões de quilômetros de distância. Na sequência, estão Aran, Gats e Lumion que se encontram a 108, 150 e 228 milhões de quilômetros de distância de Calops, respectivamente. Em Gats vive um cientista de uma sociedade inteligente que conseguiu calcular que em alguns dias um fenômeno muito raro aconteceria: Jibon, Aran e Lumionse alinhariam com a estrela Calops ao mesmo momento em que os planetas Gats e Aran estariam alinhados em um eixo tangente à trajetória circular de Aran, conforme a imagem a figura a seguir.



Neste momento, qual é o valor mais próximo da soma das distâncias, em milhões de quilômetros, entre o planeta Gats e os outros três planetas?

a) 378 b) 241 c) 400 d) 147 e) 398

Questão 11) O "*7 Up Down*" é um jogo de dados muito simples, mas pouco conhecido mundialmente. Nele, um jogador pode apostar em uma das três categorias existentes e é premiado conforme o esquema abaixo:

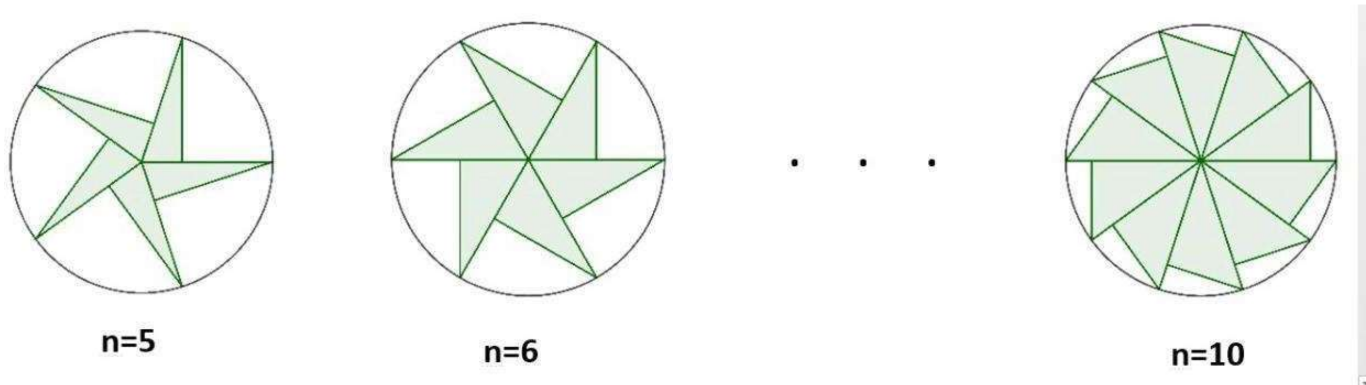
1ª Categoria: Soma **inferior** a 7 (Recebe **2 vezes** o valor apostado);
2ª Categoria: Soma **igual** a 7 (Recebe **3 vezes** o valor apostado);
3ª Categoria: Soma **superior** a 7 (Recebe **2 vezes** o valor apostado);

Após definir o valor da aposta e escolher uma categoria, o jogador deve arremessar dois dados e somar o valor das faces voltadas para cima. Caso o resultado dessa soma satisfaça a condição estabelecida pela categoria escolhida, ele é premiado. Caso contrário, o jogador perde o valor apostado.

Ciente disso, e considerando que ele sempre aposta o valor total que tem em mãos. Qual a probabilidade de um jogador que começou a participar do jogo com uma certa quantia, saia do jogo com valor doze vezes maior?

a) $\frac{25}{72}$ b) $\frac{25}{144}$ c) $\frac{25}{864}$ d) $\frac{25}{216}$ e) $\frac{256}{36}$

Questão 12) Em um brincadeira geométrica, um estudante de matemática construiu uma sequência de figuras onde internamente a um círculo de raio r foram colocados n triângulos retângulos congruentes que possuem uma extremidade da hipotenusa no centro do círculo e outra sobre a circunferência, conforme o esquema a seguir. Qual é a soma das áreasdos triângulos internos a esse círculo em função de r e de n?



Qual é a soma das áreasdos triângulos internos a esse círculo em função de r e de n?

a) $A = \frac{1}{2}n.r^2.sen\left(2\frac{\pi}{n}\right).cos\left(2\frac{\pi}{n}\right)$

b) $A = \frac{1}{2}n^2.r.sen\left(2\frac{\pi}{n}\right).cos\left(2\frac{\pi}{n}\right)$

c) $A = \frac{1}{2}n.r^2.cos^2\left(2\frac{\pi}{n}\right)$

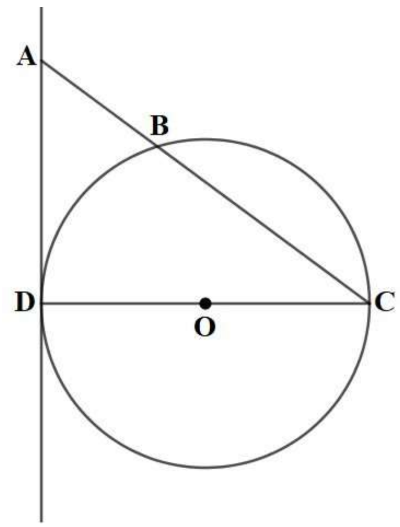
d) $A = \frac{1}{2}n^2.r^2.sen\left(2\frac{\pi}{n}\right).cos\left(2\frac{\pi}{n}\right)$

e) $A = \frac{1}{2}n.r^2.sen^2\left(2\frac{\pi}{n}\right)$

Questão 13) A média das idades dos componentes de uma equipe composta por 11 estudantes é 22 anos. Sabendo-se que o líder dessa equipe tem 30 anos e que o vice-líder tem 23 anos, qual é a média da idade dessa equipe se forem excluídas essas duas pessoas?

a) 21 b) 23 c) 24 d) 25 e) 26

Questão 14) 13) Na figura a seguir, CD é o diâmetro da circunferência, a reta que passa pelos pontos A e D é tangente à circunferência em D, e o segmento AC intersecta a circunferência em D. Sabendo-se que AC = $8\sqrt{2}$ e AB = $2\sqrt{2}$, a medida do raio da circunferência é:



a) $2\sqrt{2}$

b) $6\sqrt{3}$

c) $3\sqrt{2}$

d) $\mathbf{2\sqrt{6}}$

e) $3\sqrt{6}$

Questão 15)

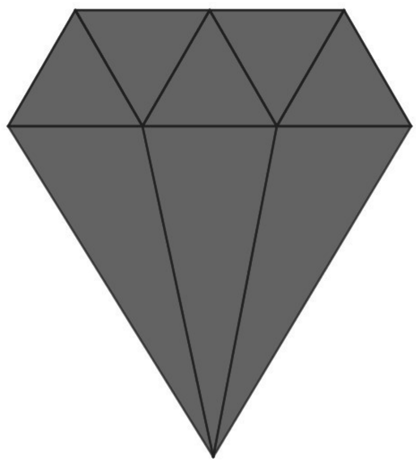
Você pensava que o "Diamante" fosse joia de mentira para tapear
Você pensava que o "Caboclinho" fosse negro de senzala para se comprar
Só porque viu que ele tem um pé que deixou o mundo inteiro em revolução
Quando ele bota aquele pé em movimento, chuta tudo para dentro e não tem sopa não."

Música "Deixa falar", de Nelson Pertesen,

A música de Nelson Petersen foi uma homenagem ao jogador brasileiro Leônidas da Silva, que se consagrou como melhor jogador da Copa do Mundo em 1938, quando chegou no auge de sua carreira e encantou o mundo. Leônidas era conhecido como Diamante Negro e foi responsável pela popularização da jogada denominada no futebol como "bicicleta".

(Fonte: Museu do Futebol/Estádio do Pacaembu/SP)

A figura a seguir apresenta um esboço de um diamante negro, formado por cinco triângulos equiláteros de lado 3cm, dois triângulos escalenos e um triângulo isósceles com altura $\sqrt{12}$ cm. A área do diamante, em cm², é:



a) $\frac{81\sqrt{3}}{4}$

b) $\frac{45\sqrt{3}}{4}$

c) $\frac{63\sqrt{3}}{4}$

d) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

e) $\frac{36\sqrt{3}}{4}$