



PROVA OIM 2025

Nível 1 – 2ª Fase

Questão 1

Um espião precisa desarmar uma bomba-relógio programada com uma senha numérica de 4 dígitos. Ao jogar farinha sobre o teclado, ele percebeu que a farinha ficou presa exatamente sobre 4 teclas diferentes, indicando que a senha é formada exclusivamente por uma combinação desses 4 dígitos. Ao encontrar a bomba, o cronômetro marcava 10 minutos em contagem regressiva. O espião sabe que:

- Cada tentativa de senha leva 5 segundos para ser digitada;
- Se a senha estiver errada, além dos 5 segundos gastos, o cronômetro da bomba reduz automaticamente mais 30 segundos;
- Quando restarem 2 minutos no cronômetro, ele precisará abandonar a tentativa e fugir para se proteger.

Com base nessas informações, determine o número máximo de tentativas que o espião poderá fazer para tentar desarmar a bomba.

Questão 2

Carla, professora da Escola Vale do Urucuia, apresentou a seguinte definição para seus alunos: Um número natural de cinco algarismos é chamado de *Five-Aritmético* quando o algarismo central (o das centenas) é igual à média aritmética dos outros quatro algarismos. Por exemplo, o número 84693 é *Five-Aritmético*, pois:

$$\frac{8+4+9+3}{4} = 6,$$

e o algarismo das centenas é 6. Com base nessa definição, responda:

a) Suponha que o algarismo das centenas de um número *Five-Aritmético* seja 3. Qual deve ser a soma dos outros quatro algarismos? Justifique sua resposta.

b) João, aluno de Carla, quer escrever um número *Five-Aritmético* com os seguintes dígitos:

A B 9 5 E

Sendo **A**, **B** e **E** algarismos do sistema decimal. Mostre que é impossível escrever um número *Five-Aritmético* com essa configuração.

c) Carla propôs o seguinte desafio para a turma: Encontre todos os números *Five-Aritméticos* que satisfazem as condições abaixo:

I. O algarismo das centenas é 2.

II. O algarismo das dezenas de milhar é o triplo do algarismo das dezenas.

III. O algarismo das unidades de milhar é o triplo do algarismo das unidades.

Quais são todos os números possíveis que João poderia ter escrito com essas regras?

Questão 3

Laura está fazendo intercâmbio nos Estados Unidos e, durante uma aula de Geografia, o professor pediu que os alunos se organizassem em duplas para medir os trechos de uma trilha marcados em um mapa. Laura mediu dois trechos com 25 cm e 32 cm, enquanto sua colega, que está acostumada com o sistema de medidas dos EUA, mediu outros dois trechos com $7 \frac{1}{2}$ polegadas e $5 \frac{3}{4}$ polegadas. Na hora de calcular o comprimento total da trilha, perceberam que haviam usado unidades de medida diferentes. Elas pesquisaram um pouco e descobriram que 1 polegada mede aproximadamente 2,5 cm. Sabendo disso:

a) Dê o comprimento total da trilha em cm.

b) Dê o comprimento total da trilha em polegadas.

c) Sabendo que o mapa foi produzido para o sistema métrico internacional na escala 1:2000, qual é a distância real da trilha em km?

Questão 4

Durante os anos de 2024 e 2025, o prefeito do Rio de Janeiro organizou shows gratuitos na Praia de Copacabana. O primeiro ano contou com Madonna e o segundo com Lady Gaga. Em determinada pesquisa de satisfação, 250 pessoas disseram que foram ao show da Madonna e 270 foram ao show da Lady Gaga, sendo que um quarto do número total de entrevistados esteve presente em ambos os shows. Ademais, 150 disseram que não compareceram em nenhum dos dois. Quantos entrevistados foram ao show da Lady Gaga mas não foram ao show da Madonna?

Questão 5

O Teorema de Pick é uma maneira simples de calcular a área de figuras desenhadas sobre papel quadriculado, desde que os vértices estejam nos cruzamentos das linhas. A fórmula do Teorema de Pick é:

$$\text{Área} = I + \frac{B}{2} - 1$$

e relaciona a área do polígono com o número de pontos de interseção da malha quadriculada. Para calcular uma área basta contar quantos são os pontos internos, representados pela letra I e quantos pontos estão na

borda da figura, representados pela letra B. Carlinhos estava estudando sobre o Teorema de Pick e fez o seguinte desenho em uma malha quadriculada, onde cada quadradinho mede 1 cm:

a) Calcule a área da figura usando as fórmulas convencionais de geometria plana.

b) Calcule a área da figura usando o teorema de Pick.

c) Qual é a conclusão que você pode tirar a respeito da comparação dos resultados das letras (a) e (b)?

