

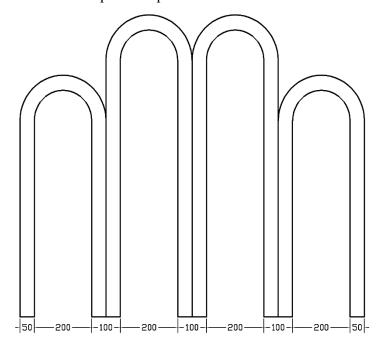
PROVA OIM 2025 Nível 3 – 2^a Fase

Questão 1

Os Arcos da Orla de Atalaia são um dos cartões postais mais icônicos de Aracaju, em Sergipe. Construídos em 1994 como parte do Projeto Orla, esses arcos representam a evolução do complexo da orla. Revestidos com pastilhas azuis, o monumento é formado por pilares retangulares fixados ao solo e ligados na parte superior a semicoroas circulares de largura igual à dos pilares. Os arcos maiores têm 10 metros de altura total, enquanto os outros dois menores medem 8 metros, sendo todos com 80 cm de profundidade. Localizados na calçada da praia de Atalaia, esses arcos são um importante ponto turístico.

Considerando que as medidas fornecidas na figura estão em centímetros, responda:

- a) Qual é a área total, em metros quadrados, de todas as faces do monumento?
- **b)** Supondo que as pastilhas que revestem os Arcos da Orla de Atalaia são quadradas, com 25cm de lado, quantas pastilhas são necessárias para cobrir todas as faces dos arcos, considerando-se uma perda de 25%?
- c) Qual foi o volume de concreto necessário para a construção do monumento?



Questão 2

Carla, professora da Escola Vale do Urucuia, apresentou a seguinte definição para seus alunos: Um número natural de cinco algarismos é chamado de *Five-Aritmético* quando o algarismo central (o das centenas) é igual à média aritmética dos outros quatro algarismos. Por exemplo, o número 84693 é *Five-Aritmético*, pois $\frac{8+4+9+3}{4} = 6$ e o algarismo das centenas é 6. Com base nessa definição, responda:

- a) Sendo A, B e E algarismos do sistema decimal, mostre que é impossível escrever um número Five-Aritmético com a seguinte AB8E4 configuração:
- b) Encontre todos os números Five-Aritméticos que satisfaçam as seguintes condições:
 - I. O algarismo das centenas é 3.

- II. O algarismo das dezenas de milhar é o dobro do algarismo das dezenas.
- III. O algarismo das unidades de milhar é o dobro do algarismo das unidades.
- c) Quantos números Five-Aritméticos existem tais que o algarismo das centenas é 2? Apresente seus cálculos detalhadamente.

Questão 3

Um espião precisa desarmar uma bomba-relógio programada com uma senha numérica de 4 dígitos. Ao jogar farinha sobre o teclado, ele percebeu que a farinha ficou presa exatamente sobre 4 teclas diferentes, indicando que a senha é formada exclusivamente por uma combinação desses 4 dígitos. Ao encontrar a bomba, o cronômetro marcava 10 minutos em contagem regressiva. O espião sabe que:

- Cada tentativa de senha leva 5 segundos para ser digitada;
- Se a senha estiver errada, além dos 5 segundos gastos, o cronômetro da bomba reduz automaticamente mais 30 segundos;
- Quando restarem 2 minutos no cronômetro, ele precisará abandonar a tentativa e fugir para se proteger.

Com base nessas informações e sabendo que o espião não repete senhas incorretas, calcule a probabilidade de o espião conseguir desarmar a bomba.

Questão 4

Na engenharia estrutural, vigas são elementos que suportam cargas aplicadas perpendicularmente ao seu comprimento. Quando uma viga é apoiada nas extremidades e sofre uma carga concentrada no meio, ela tende a se curvar para baixo, com maior deformação no centro e sem deformação nos apoios. Esse comportamento pode ser aproximado por uma função matemática, em que a curva que descreve a forma da viga deformada é chamada de linha elástica.

Considere uma viga de 6 metros de comprimento, com apoios nas extremidades x = 0 e x = 6. A deformação vertical da viga (em milímetros), em função da posição x (em metros), pode ser modelada por uma função quadrática da forma $f(x) = a(x - 3)^2 + b$, em que f(x) é a deflexão da viga em relação à posição original (antes da deformação) e os coeficientes a e b são constantes reais. Sabe-se que:

- A deformação máxima ocorre no centro da viga e é igual a 4 mm;
- As extremidades da viga não se deformam, ou seja, f(0) = f(6) = 0.
- a) Usando essas informações, determine o valor dos coeficientes $a \in b$.
- **b)** Esboce o gráfico de f(x) no intervalo correspondente ao domínio da função.

Questão 5

Na figura, ABCF e CDGH são quadrados, e EFHG é um retângulo. Sabendo que área de ABDE = 130, $\overline{AD} = \sqrt{269}$ e $\overline{FG} = \sqrt{58}$, qual o valor da área de EFHG?

