



PROVA OIM 2025

Nível 2 – 2ª Fase

Questão 1

Carla, professora da Escola Vale do Urucuia, apresentou a seguinte definição para seus alunos: Um número natural de cinco algarismos é chamado de *Five-Aritmético* quando o algarismo central (o das centenas) é igual à média aritmética dos outros quatro algarismos. Por exemplo, o número 84693 é *Five-Aritmético*, pois:

$$\frac{8+4+9+3}{4} = 6,$$

e o algarismo das centenas é 6. Com base nessa definição, responda:

a) Dado um número *Five-Aritmético*, qual é a maior e a menor soma possível entre os quatro algarismos que não pertencem às centenas?

b) João, aluno de Carla, quer escrever um número *Five-Aritmético* com os seguintes dígitos:

A A 2 B B

Sendo A e B algarismos do sistema decimal. Quais são todos os números possíveis que João pode escrever?

c) Carla propôs o seguinte desafio para a turma:

Quantos são os números *Five-Aritméticos* formados apenas por algarismos maiores que 5, sabendo que o algarismo das centenas é igual a 8?

Qual é a resposta correta para o desafio proposto pela professora?

Questão 2

Carol é uma jovem que adora resolver enigmas. Um dia, enquanto organizava os livros na biblioteca, ela se deparou com um livro antigo com uma sequência numérica misteriosa escrita na capa:

1, 9, 36, 100, 225, ...

Ao abrir o livro, ela encontrou uma mensagem que dizia: “Resolva o padrão desta sequência para descobrir o segredo escondido no último capítulo”. Carol percebeu que, para desvendar o segredo do livro, precisava descobrir a resposta para as seguintes perguntas:

a) Qual é o décimo termo?

b) Qual é a expressão que determina um termo qualquer dessa sequência?

c) Os termos dessa sequência podem ser escritos como uma soma de potências que possuem uma característica comum. Descreva qual é essa característica e represente o décimo termo como uma soma dessas potências.

Questão 3

O professor Leon escreveu no quadro de sua turma do 8º ano o seguinte problema:

“Considere três números inteiros $A = xyz$, $B = zy$ e $C = yx$, onde x , y e z são algarismos distintos cuja soma é igual a 10. São feitas as seguintes operações: soma-se os números A e B , e depois divide-se o resultado por C ”.

a) Escreva a expressão que representa o problema descrito na forma mais simplificada possível.

b) Sabendo que A é divisível por 5 e, após as operações, o resultado final foi 9, obtenha o valor dos algarismos x , y e z .

Questão 4

Um espião precisa desarmar uma bomba-relógio programada com uma senha numérica de 4 dígitos. Ao jogar farinha sobre o teclado, ele percebeu que a farinha ficou presa exatamente sobre 4 teclas diferentes, indicando que a senha é formada exclusivamente por uma combinação desses 4 dígitos. Ao encontrar a bomba, o cronômetro marcava 10 minutos em contagem regressiva. O espião sabe que:

- Cada tentativa de senha leva 5 segundos para ser digitada;
- Se a senha estiver errada, além dos 5 segundos gastos, o cronômetro da bomba reduz automaticamente mais 30 segundos;
- Quando restarem 2 minutos no cronômetro, ele precisará abandonar a tentativa e fugir para se proteger.

Com base nessas informações, determine o número máximo de tentativas que o espião poderá fazer para tentar desarmar a bomba.

Questão 5

Na figura, $ABCF$ e $CDGH$ são quadrados, e $EFHG$ é um retângulo. Sabendo que área de $ABDE = 130$, $\overline{AD} = \sqrt{269}$ e $\overline{FG} = \sqrt{58}$, qual o valor da área de $EFHG$?



