



## 5ª Olimpíada Itabirana de Matemática - OIM 2022

### Avaliação da 1ª Fase - Nível 3

#### QUESTÃO 1

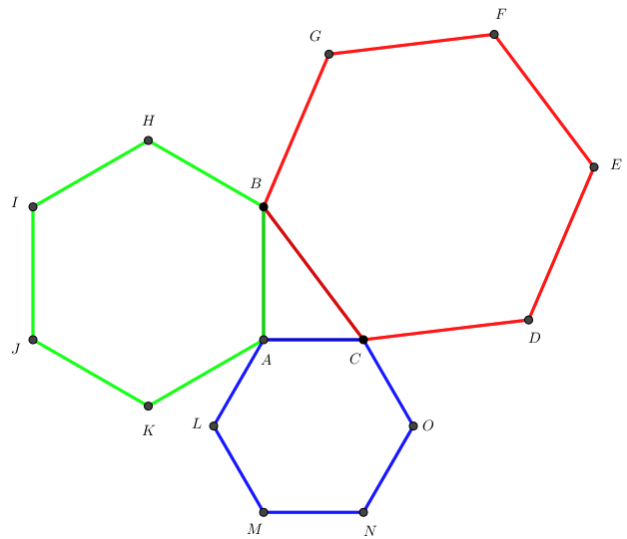
Uma formiga precisa se deslocar ao longo das arestas de um octaedro regular, partindo de um vértice qualquer até chegar ao vértice oposto. Em seu percurso, ela não pode passar por qualquer um dos vértices mais de uma vez. De quantos modos diferentes ela pode se deslocar?

- a) 7
- b) 8
- c) 14
- d) 28
- e) 32

#### QUESTÃO 2

Na figura abaixo, tem-se um triângulo retângulo em  $A$  e três hexágonos regulares. Denota-se por  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  as áreas dos hexágonos  $BCDEFG$ ,  $ABHIJK$  e  $ALMNOC$ , respectivamente. Pode-se afirmar que:

- a)  $S_1 = \frac{3}{4}S_2 + S_3$
- b)  $S_1 = \frac{4}{5}S_3 + S_2$
- c)  $S_3 = S_1 - S_2$
- d)  $S_2 = \frac{4}{5}S_1 - S_3$
- e)  $5S_3 = 4S_1 - 6S_2$

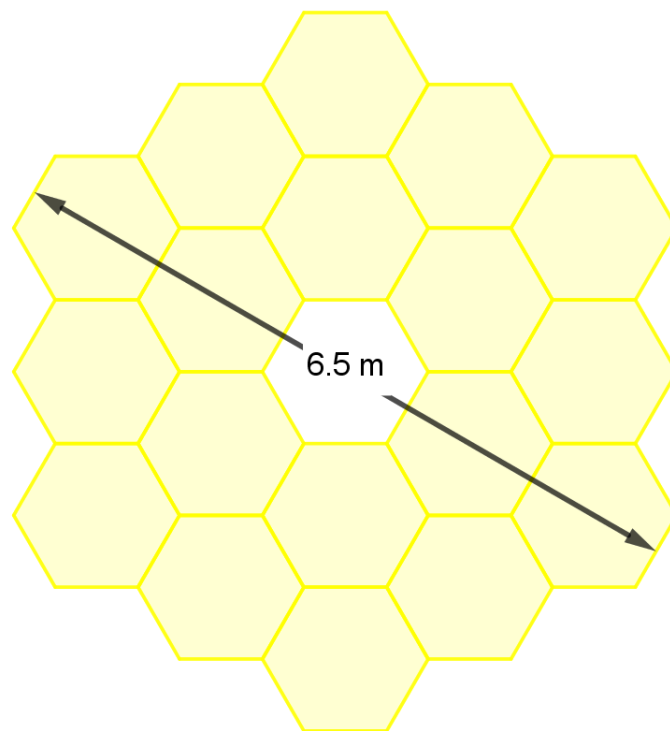


### QUESTÃO 3

Com o intuito de substituir parcialmente as funções do telescópio espacial Hubble, o Telescópio Espacial James Webb (em inglês James Webb Space Telescope, JWST) foi lançado e desenvolvido em conjunto pela NASA, a Agência Espacial Europeia (ESA) e a Agência Espacial Canadense (CSA). Sua massa equivale a aproximadamente metade do Hubble, porém seu espelho primário, que é constituído por dezoito hexágonos confeccionados de berílio e cobertos por uma fina camada de ouro, possui um diâmetro de 2,5 vezes maior, totalizando 6,5 metros.

Fonte: <https://mundoeducacao.uol.com.br> (adaptado)

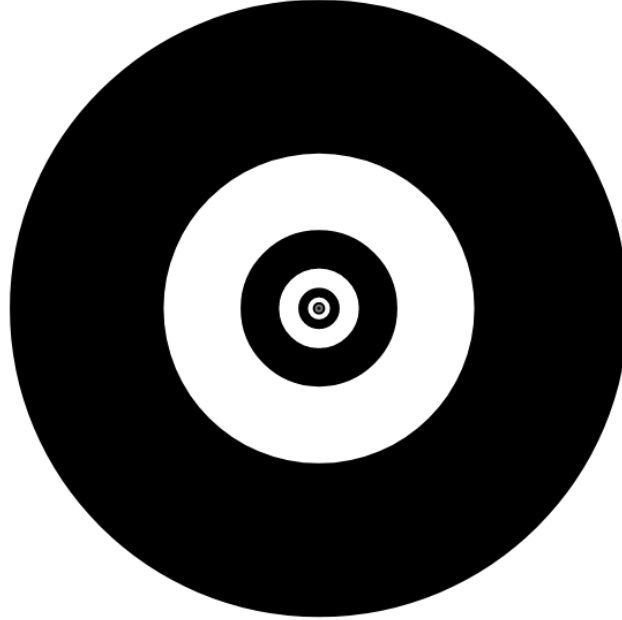
A partir da planificação desse espelho, conforme ilustrado na figura, qual é a área total que foi pintada de ouro?



- a)  $\frac{507}{50} \sqrt{3} \text{ m}^2$
- b)  $\frac{1521}{100} \sqrt{3} \text{ m}^2$
- c)  $\frac{507}{400} \sqrt{3} \text{ m}^2$
- d)  $\frac{1521}{400} \sqrt{3} \text{ m}^2$
- e)  $\frac{1521}{50} \sqrt{3} \text{ m}^2$

#### QUESTÃO 4

Na figura a seguir, tem-se uma sequência infinita de circunferências concêntricas, em que o raio da maior circunferência mede quatro centímetros, e as demais são construídas de modo que a medida de seu raio seja a metade da medida do raio da circunferência anterior.



Qual a área, em  $\text{cm}^2$ , da região em preto?

- a)  $\frac{64\pi}{5}$
- b)  $\frac{96\pi}{7}$
- c)  $\frac{176\pi}{13}$
- d)  $\frac{108\pi}{11}$
- e)  $\frac{216\pi}{17}$

#### QUESTÃO 5

Um dado viciado é lançado 2022 vezes. Neste dado, sabe-se que a probabilidade de o resultado ser par é o dobro da probabilidade do resultado ser ímpar. Sendo assim, pode-se afirmar que a probabilidade de se obter  $k$  resultados com um número par em 2022 lançamentos é igual a:

- a)  $C_{2022, k} \cdot (2/3)^k \cdot (1/3)^{2022 - k}$
- b)  $A_{2022, k} \cdot (2/3)^{2022 - k} \cdot (1/3)^k$
- c)  $C_{2022, k} \cdot (1/2)^{2022 - k} \cdot (1/2)^k$
- d)  $A_{2022, k} \cdot (1/2)^k \cdot (1/2)^{2022 - k}$
- e)  $C_{2022, k} \cdot (2/3)^{2022 - 2k} \cdot (1/3)^k$

## QUESTÃO 6

Sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  as dimensões de uma caixa d'água com o formato de um paralelepípedo reto, cujo volume é igual a 4096 litros. Qual o valor mínimo da soma  $3a + 3b + 3c$ ?

- a) 48dm
- b) 144m
- c) 48cm
- d) 1,44m
- e) 14,40m

## QUESTÃO 7

Em um cinema, as fileiras possuem 11 poltronas. Quantas são as possibilidades para 4 amigos se sentarem em uma mesma fileira, de modo que dois amigos não fiquem em poltronas vizinhas?

- a)  $\frac{11!}{4! \cdot 7!}$
- b)  $\frac{8!}{4!}$
- c)  $\frac{11!}{7!}$
- d)  $\frac{15!}{11!}$
- e)  $\frac{2 \cdot 7!}{4!}$

## QUESTÃO 8

Ana, Cássio, Luiz e Maria são primos muito rebeldes e foram interrogados pela tia Ignês para saber quem colocou fogo no quintal. Sabe-se que apenas um deles provocou o incêndio, e que os outros primos sabem quem foi. A tia perguntou para cada um quem cometeu o ato, e assim recebeu as seguintes respostas:

Ana diz que foi o Cássio;  
Cássio diz que foi o Luiz;  
Luiz diz que Cássio mente;  
Maria diz que não foi ela.

Sabendo-se que apenas um deles fala a verdade, o primo que fala a verdade e o que provocou o incêndio são, respectivamente:

- a) Cássio e Maria
- b) Ana e Cássio
- c) Cássio e Luiz
- d) Ana e Luiz
- e) Luiz e Maria

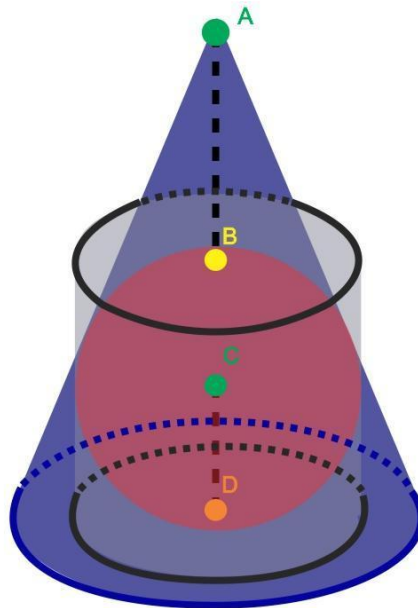
### QUESTÃO 9

Considere um triângulo ABC cujos vértices pertencem à curva  $y = \text{sen}(x)$  e que as abscissas desses pontos formam uma progressão aritmética de razão  $\pi/2$ , cujo termo central é  $x$ . Qual é a função que fornece a área desse triângulo?

- a)  $A(x) = \frac{3}{2} \pi |\cos(x)|$
- b)  $A(x) = \frac{1}{2} \pi |\cos(x)|$
- c)  $A(x) = \pi |\text{sen}(x)|$
- d)  $A(x) = \frac{1}{2} \pi |\text{sen}(x)|$
- e)  $A(x) = 2\pi |\text{sen}(x)|$

### QUESTÃO 10

Uma esfera de raio 1cm e centro C está inscrita em um cone circular reto, com vértice no ponto A. Um cilindro reto, com centro das bases nos pontos B e D, está circunscrito a essa mesma esfera, conforme a figura. Qual é a razão entre o volume do cone e o volume do cilindro, se a medida do segmento AB é igual a 2cm?



- a) 2
- b) 1/2
- c) 2/3
- d) 1/3
- e) 4/3

### QUESTÃO 11

Pedro é um investidor que sempre precisa converter a taxa de juros compostos anual de  $i\%$  em uma taxa semestral  $s\%$ . Qual é a função que Pedro pode usar para fazer facilmente essa conversão?

- a)  $s = 10 \sqrt{\frac{100+i}{10}} - 100$
- b)  $s = \left(\frac{i+100}{10}\right)^2 - 100$
- c)  $s = \sqrt{i}$
- d)  $s = \left(\frac{i}{10}\right)^2 - 100$
- e)  $s = 10\sqrt{100+i} - 100$

### QUESTÃO 12

Tales pretende comprar um aparelho celular na loja OIM, cujo preço é R\$ 1400,00. A vendedora lhe ofereceu duas opções de pagamento:

- À vista, no cartão de crédito, sem desconto;
- Em duas prestações mensais iguais, a primeira prestação vencendo um mês após a compra, com acréscimo de juros de 10% sobre o saldo devedor.

Se Tales optar pelo pagamento parcelado, ele pagará quantos reais a mais do que pagaria caso optasse por efetuar o pagamento no cartão de crédito?

- a) R\$ 294,00
- b) R\$ 281,14
- c) R\$ 213,34
- d) R\$ 284,00
- e) R\$ 234,50

### QUESTÃO 13

Considere que a Terra é perfeitamente esférica e possui 6300 km de raio. Um percurso que começa no Polo Sul e segue até a linha Equador pelo meridiano de Greenwich, depois desloca-se até o meridiano  $60^\circ$  a oeste e então segue até o Polo Norte por este mesmo meridiano, tem comprimento total de:

- a)  $6300 \pi$
- b)  $2100 \pi$
- c)  $8400 \pi$
- d)  $2500 \pi$
- e)  $1260 \pi$

## QUESTÃO 14

Considere um paralelepípedo com dimensões  $a$  cm x  $b$  cm x  $c$  cm situado no interior de uma esfera. Neste contexto, qual é a equação que fornece o volume da menor esfera possível, em  $\text{cm}^3$ ?

- a)  $V_{min} = \frac{\pi}{12} (a^2 + b^2 + c^2)^3$
- b)  $V_{min} = \frac{4\pi}{3} (a^2 + b^2 + c^2)^{2/3}$
- c)  $V_{min} = \frac{4\pi}{3} (a^2 + b^2 + c^2)^{1/3}$
- d)  $V_{min} = \frac{\pi}{6} (a^2 + b^2 + c^2)^{3/2}$
- e)  $V_{min} = \frac{\pi}{4} (a^2 + b^2 + c^2)^{1/3}$

## QUESTÃO 15

Considere o conjunto formado por todos os números naturais formados por cinco algarismos. Qual é a probabilidade de se escolher aleatoriamente um número de cinco algarismos que **NÃO** possua algarismos consecutivos iguais?

- a) 7,29%
- b) 34,39%
- c) 40,51%
- d) 59,05%
- e) 65,61%

Apoio:



stone

UNIVERSIDADE  
DO ESTADO DE MINAS GERAIS | UEMG  
UNIDADE JOÃO MONLEVADE

INSTITUTO  
FEDERAL  
Norte de Minas Gerais  
Campus  
Arinos