



GABARITO
Nível 2 – 2ª Fase

Questão 1

- a) $S_{\min} = 4$ e $S_{\max} = 36$.
- b) 11233, 22222, 33211, 44200.
- c) Há 31 números Five-Aritméticos no caso descrito.

Pontuação

- a) Valor 4 pontos.
 - 2 pontos: Determinar a soma mínima.
 - 2 pontos: Determinar a soma máxima.
- b) Valor 6 pontos.
 - 3 pontos: Mostrar que $A + B = 4$.
 - 3 pontos: Encontrar as quatro soluções possíveis.
- c) 10 pontos.
 - 5 pontos: Listar todas as possibilidades para (d_1, d_2, d_4, d_5) , sem considerar a ordem.
 - 5 pontos: Encontrar todas as 31 soluções para o problema.

Questão 2

- a) 10º termo: $55^2 = 3025$
- b) $\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2, n \in \mathbb{N}^*$
- c) Característica comum: soma de números naturais não nulos ao cubo.
 $3025 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 + 10^3$

Pontuação

- a) Identificar o padrão da sequência (4,0 pontos)
Calcular o décimo termo (4,0 pontos)
- b) Determinar a expressão para um termo qualquer da sequência (4,0 pontos)
- c) Descrever a característica comum (4,0 pontos)
Escrever o 10º termo como soma de potências (4,0 pontos)

Questão 3

a) $\frac{89x + 110}{10y + x}$

b) $x = 2, y = 3$ e $z = 5$

Pontuação

Mostrar o porquê de $z = 5$: 4 pontos.

Mostrar que, assim, só há os seguintes pares para x e y (2 e 3, 3 e 2, 4 e 1 ou 1 e 4): 4 pontos.

Provou por substituição tendo testado TODAS as possibilidades que apresentou: 4 pontos.

Obs.1: vale o mesmo para colocar as possibilidades com $z = 0$, os pares aumentam, porém todos devem ser testados seja em uma expressão que montou para a letra A, seja já realizando as operações com os números da questão (A, B e C).

Obs.2: É preciso garantir que apenas a combinação $x = 2, y = 3$ e $z = 5$ funciona, testar apenas este caso ou só afirmar ele sem nem citar as outras possibilidades não garante nenhuma pontuação.

Obs.3: Testar em uma expressão inválida: -2 pontos.

Não testar todos os pares, tendo apresentado eles: -1 ponto.

Apresentou apenas as possibilidades de x e y (2 e 3 ou 3 e 2): -1 ponto.

Questão 4

Como o espião conhece quais são os dígitos que desarmam a bomba, mas não conhece a ordem correta, ele tem exatamente $4!$ tentativas possíveis. A respeito do tempo, cada tentativa errada leva tira do cronômetro 35 segundos considerando o tempo necessário para a digitação e o tempo descontado do cronômetro. Dessa forma, a quantidade de tentativas do espião será igual a $8:00/0:35 = 480/35 = 13,71$ tentativas, ou seja, é preciso entender que o espião só possui 13 tentativas pois a 14ª tentativa, caso não seja favorável, deixa um tempo restante no cronômetro inferior a 2 minutos.

$$10:00 - (14 \times 0:35) = 600 - 490 = 110 = 1:50, \text{ isto é, não sobraria tempo para fugir.}$$

Pontuação

Cada passo a seguir vale 4 pontos:

1º) Mostrar que o número máximo de tentativas é $4! = 24$

2º) Justificar que cada tentativa errada desconta 35 segundos do cronômetro

3º) Justificar que o tempo máximo disponível para realizar tentativas é 8 minutos e transformar em 480 segundos.

4º) Dividir 480 por 35

5º) Responder corretamente à questão, justificando porque o espião pode fazer no máximo 13 tentativas

Obs: Alguns passos podem acontecer em ordens trocadas.

Questão 5

A área de EFGH é 21.

Pontuação

a) Valor 20 pontos.

- 10 pontos: Determinar a soma das áreas dos quadrados ABDE e ABCF.
- 10 pontos: Observar que a área de EFGH corresponde à diferença entre a área de ABDE e a soma das áreas de ABCF e CDGH, determinando corretamente o valor dessa área.